УДК 517.95, 519.62

Л. Н. Пестов, В. А. Седайкина

ПОЛУГЕОДЕЗИЧЕСКОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ВРЕМЕННЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

При обработке данных сейсморазведки часто получают временные изображения среды (временные разрезы, временная миграция), в которых роль переменной «глубины» играет время. Если в каком-то приближении известна скорость распространения волн, то эти изображения можно пересчитать в истинные. Для этой цели предлагается использовать полугеодезическое преобразование, связанное с нормальными к границе лучами. Приводятся результаты расчетов.

Often while seismic data processing one gets time dependent images (time cuts, time migration), in which time plays the role of the «depth» variable. If in some approximation the wave propagation velocity is known, these images can be transformed into the true ones. In this article for this purpose it is proposed to use semi-geodesic transform associated with the normal to the boundary rays. The results of simulations are presented.

Ключевые слова: полугеодезические координаты, множество раздела, уравнение эйконала, численное моделирование.

Key words: semi-geodesic coordinates, cut locus, eiqonal equation, numerical modeling.

Полугеодезическое преобразование и множество раздела

Пусть в замкнутой ограниченной области $D \subset \mathbb{R}^n, n \geq 2$ с гладкой границей Γ задана (гладкая) скорость распространения волн $c(x) > 0$. Пусть $\gamma(x',t),\ t \geq 0$ — луч, выходящий из точки $x' \in \Gamma$ ортогонально Γ. В римановой геометрии пара (x',t) называется *полугеодезическими координатами* точки $x = \gamma(x',t)$. При этом точка x' — *геодезическая проекция* точки x. Известно [1], что отображение $\gamma : (x',t) \to \gamma(x',t)$ почти всюду диффеоморфно и его критическое множество σ есть компактное множество меры нуль, которое называется *множеством раздела* (*cut locus*) границы Γ. В области инъективности уравнение $\gamma(x',t) = x$ однозначно определяет геодезическую проекцию $x'(x)$ и время $t = \tau(x)$ распространения возмущения от точки x до границы (эйконал). Пусть в некотором слое $D^T = \Gamma \times [0,T] \subset D$ задана функция a — временное изображение. Мы определим глубинное изображение $\tilde{a}$ в области $\gamma^{-1}(D^T \setminus \sigma)$ равенством

$$\tilde{a}(\gamma(x',t)) = a(x',t).$$

Отображение $a \to \tilde{a}$ будем называть *полугеодезическим* преобразованием. При склеивании изображения $\tilde{a}$ вдоль $D^T \cap \sigma$ возникают особенности, связанные с множеством раздела. Чтобы избежать этих особенностей, мы применяем сглаживание исходной модели скорости, «уменьшая» множество раздела. Ниже на численных примерах показано влияние сглаживания на «глубинное» изображение. Сглаженное полугеодезическое преобразование временного изображения среды позволяет избежать возникающих нефизических особенностей на глубинном изображении, сохраняя его близость к истинному изображению.

Численные эксперименты

Далее мы рассматриваем случай, когда временное изображение задано в области $\Gamma_0 \times [0, T]$, где $\Gamma_0 \subset \Gamma$ — часть границы. В качестве исходного изображения взят результат временной миграции (рис. 1.), соответствующий скоростной модели на рисунке 2 (использовалась модель Marmousi [3] с добавлением высокоскоростного слоя на глубине 625—640 м). Априори известно, что истинное положение границы, отвечающее отмеченной стрелками линии на рисунке 1, — горизонтальное.

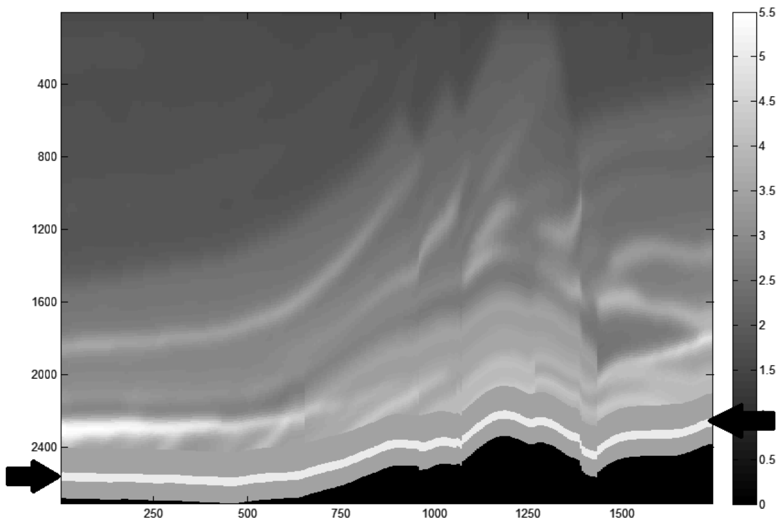

Рис. 1. Исходное временное изображение

Опишем алгоритм построения нормальных к границе лучей, не использующий явно производных скорости. Сначала мы решаем задачу Коши для уравнения эйконала (используя алгоритм, описанный в [2]):

$$|\nabla \tau(x)|^2 - \frac{1}{c^2(x)} = 0, \quad \tau\big|_\Gamma = 0, \quad x \in \Gamma_0 \times [0, T].$$

В процессе решения находится $\nabla\tau$. Далее лучи рассчитываются методом Рунге-Кутта 4-го порядка, как решение задачи Коши:

$$\gamma_t(x', t) = (c^2 \nabla \tau)(\gamma(x', t)), \quad \gamma(x', 0) = x'.$$

В результате получаем значения изображения $\tilde{a}$ на некоторой неравномерной сетке $\gamma(x_i', t_j)$. После интерполяции на равномерную сетку получаем искомое глубинное изображение.

На рисунке 3 слева изображены эквидистанты эйконала (фоновый цвет) и нормальные лучи. Справа — результат полугеодезического преобразования. Как видно, cut locus приводит к появлению нефизических особенностей на глубинном изображении.

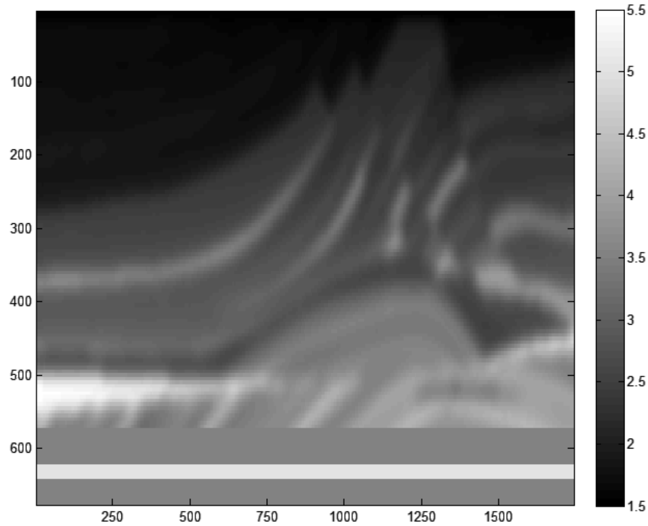

Рис. 2. Скоростная модель

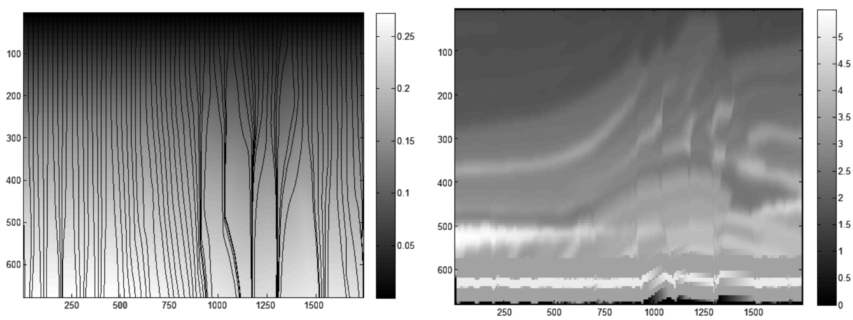

Рис. 3. Время и лучи (слева) и результат преобразования (справа)

Далее представлены эксперименты для сглаженной скоростной модели. Сглаживание производилось методом скользящего среднего с различным окном усреднения (степень сглаживания измерялась относительным размером окна усреднения к общему размеру области определения скоростной модели) (рис. 4).

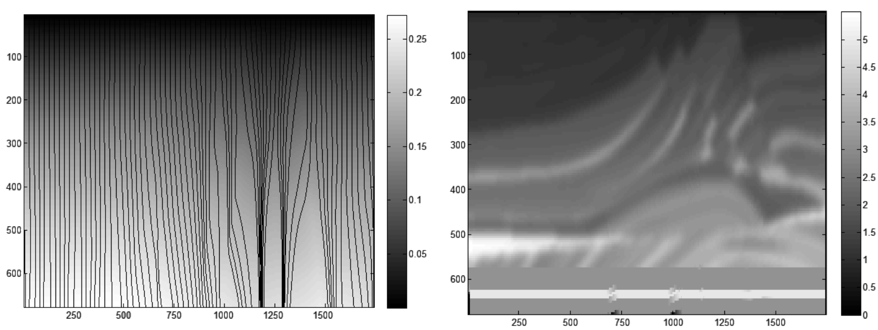

Рис. 4. Время и лучи (слева) и результат преобразования (справа),
5 %-е сглаживание

Влияние cut locus заметно ослабло, и положение нижней границы остается правильным. Однако слишком сильное сглаживание может приводить к грубой ошибке в конечном изображении, что видно на рисунке 5, где использовалось 15 %-е сглаживание.

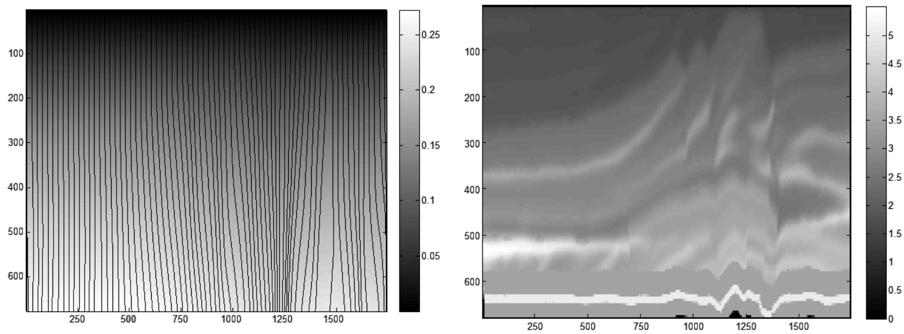

Рис. 5. Время и лучи (слева) и результат преобразования (справа), 15 %-е сглаживание

Как видно, нижняя граница, далеко не горизонтальна.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 12-01-00260а).

Список литературы

1. *Громол Д., Клингенберг В., Мейер В.* Риманова геометрия в целом. М., 1971.

2. *Won-Ki Jeong, Whitaker R. T.* A Fast Iterative Method for Eikonal Equations. // SIAM Journal on Scientific Computing. 2008. Vol. 30, № 5. P. 2512—2534.

3. *Computation* of MULTI-VALUED TRAVELTIMES in the Marmousi model. URL: http://www.caam.rice.edu/~benamou/testproblem.html (дата обращения: 18.01.2014).

Об авторах

Леонид Николаевич Пестов — глав. науч. сотр., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград.
E-mail: LPestov@kantiana.ru

Валерия Александровна Седайкина — программист, Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград.
E-mail: VSedaikina@kantiana.ru

About the authors

Leonid Pestov — Principal Scientist, I. Kant Baltic Federal University, Kaliningrad.
E-mail: LPestov@kantiana.ru

Valeria Sedaikina — programmer, I. Kant Baltic Federal University, Kaliningrad.
E-mail: VSedaikina@kantiana.ru